Radioaktivität auf dem Computer

Ist die Halbwertzeit eine Konstante?

Von Gerolf Lieckfeld und Robert J. Schwankner

In den Jahren 1902–1904 gelang dem Altmeister der Radioaktivität, *E. Rutherford,* zusammen mit *F. Soddy* eine quantitative Beschreibung des radioaktiven Zerfalls [1–2]. Liegt ein Quantum eines Radionuklids vor, so wird die Zahl der unverändert gebliebenen Atome infolge des Zerfalls mit der Zeit abnehmen. Der zeitliche Verlauf der Abnahme ist durch eine einfache Beziehung darstellbar.

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

Hierin bezeichnet N_t die Zahl der zur Zeit t existierenden unveränderten Atome, N_0 ihre Zahl zur Zeit $t = 0$, e die Basis des natürlichen Logarithmus. Die Konstante λ hat die Dimension einer reziproken Zeit und wird als Zerfallskonstante bezeichnet. Setzt man $\lambda^{-1} = \tau$, so ist τ eine Größe von der Dimension einer Zeit und gibt die Spanne an, in welcher die Zahl der vorhandenen Atome auf den Bruchteil 1/e des Anfangswertes fällt. Der unmittelbaren Veranschaulichung des radioaktiven Zerfalls (dessen Beschreibung formal analog dem Gesetz der monomolekularen Reaktion[1]) folgt) dient der Begriff der Halbwertzeit, früher etwas plastischer auch Halbierungszeit genannt.

Man versteht darunter jene Zeit, innerhalb welcher die Zahl der Atome auf die Hälfte des Anfangswertes absinkt.

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \text{oder} \quad T_{1/2} \overset{2)}{=} \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Wichtig ist das z. B. in der nuklearmedizinischen Diagnostik, in der man raschen physikalischen Zerfall und damit eine Begrenzung der Strahlenbelastung des Patienten anstrebt. Selbst die Nukleonen weisen eine Halbwertzeit auf; so zerfallen freie Neutronen mit einer Halbwertzeit von ~13 min in je ein Elektron, ein Proton und ein Antineutrino.

Selbst an der Stabilität des Protons sind Zweifel aufgekommen, aber Gott sei Dank ist dessen Halbwertzeit so bemessen, daß auf die „Substanz" eines menschlichen Körpers bezogen mit nur einem Zerfallsakt einer durchschnittlichen Lebensspanne zu rechnen ist, oder, anders ausgedrückt, unser Planet 0,3 g pro Jahr variieren würde [4]. – Zwei Aspekte des Zerfallsgesetzes haben die Wissenschaft nicht ruhen lassen. Mit allen möglichen Tricks wurde versucht, die Halbwertzeit zu kürzen oder zu strecken, also physikalische Veränderung einer Konstante?! Man untersuchte die natürlichen Zerfallsreihen [3] und bot „große Namen" *(E. Rutherford, P. Weiss, A. Piccard, A. H. Compton . . .)* ebenso erfolglos auf, wie deren Arsenale: Vulkane, Bergwerke, Tiefsee, Ballonflug, Zentrifugen, Magnetische und Elektrische Höchstfelder. Das Dogma von der Konstantheit der Halbwertzeit schien erst in unseren Tagen ins Wanken zu geraten. Bei bestimmten Kernprozessen (Elektroneneinfang, Emission von Konversionselektronen) in denen die Elektronenhülle mitspielt, läßt sich durch lokale Variation der Elektronendichte doch etwas verändern, d. h. ein $\Delta\lambda$ herbeiführen. Variation der Elektronendichte ist die Domäne der

[1]) Sei es nun das polarimetrische Drehgesetz der Rohrzuckerinversion oder das Zusammensinken eines geschäftstüchtig „eingeschenkten" Bierschaums.

[2]) $T_{1/2}$ variiert z. B. von $3 \cdot 10^{-7}$ Sekunden für [$^{212}_{84}$Po] Polonium bis zu $2{,}1 \cdot 10^{15}$ Jahren bei [$^{144}_{60}$Nd] Neodym.

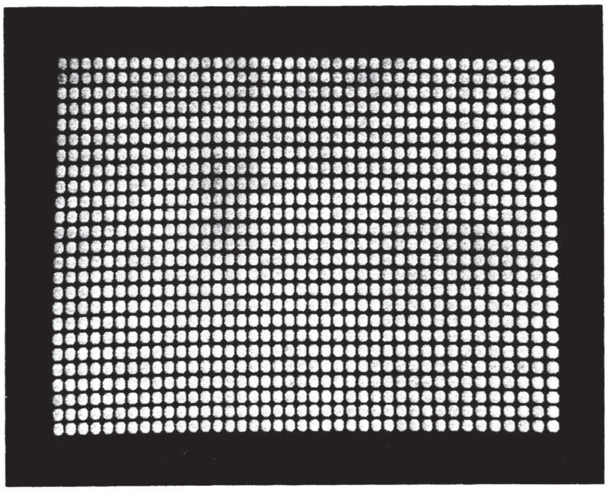

Abb. 1

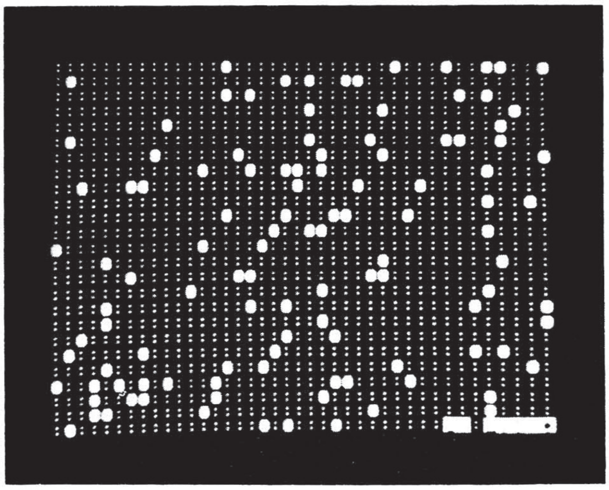

Abb. 4

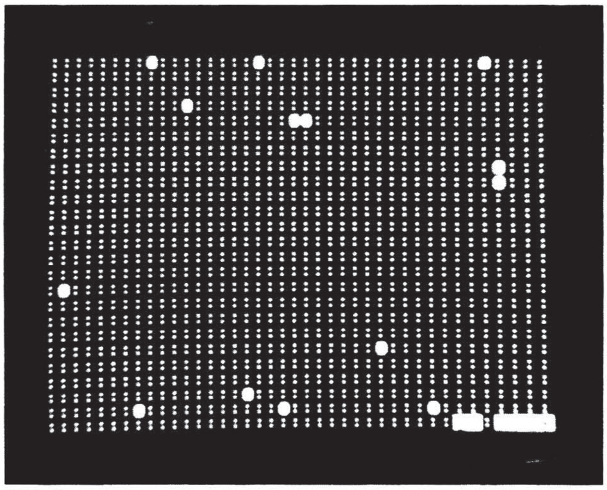

Abb. 2

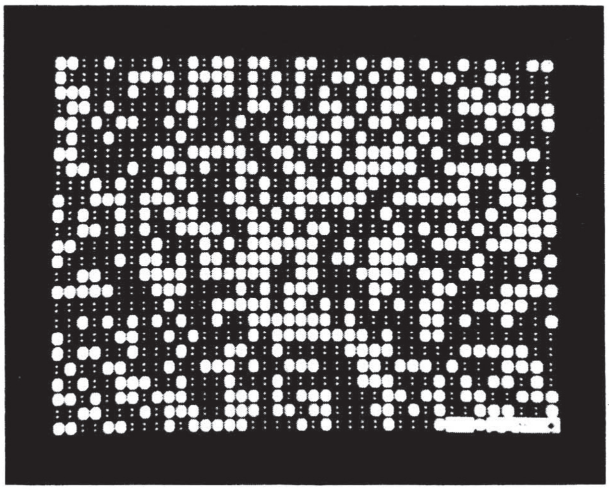

Abb. 5

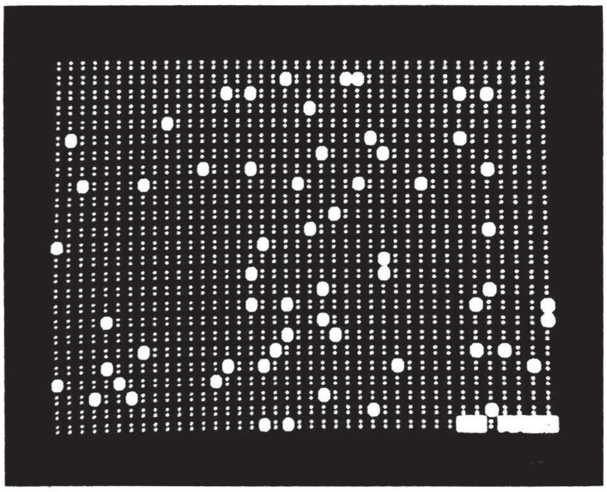

Abb. 3

empirischen Chemie und so gelingt es heute tatsächlich durch die chemische Form bei ausgewählten Radionukliden die Zerfallsgeschwindigkeit etwas zu variieren [5]. Der andere Aspekt ist mehr philosophischer Natur. In $T_{1/2}$ zerfällt per definitionem die Hälfte der vorliegenden Atome. Wann zerfällt aber ein individuelles Atom, oder ist dies eine „verbotene" Frage? Was steckt hinter der Spontanität des *radioaktiven Zerfalls?* – Da der radioaktive Zerfall zur Demonstration im Experiment nicht beliebig gestoppt werden kann, simulieren wir ihn durch ein Computermodell. Die Computeratome folgen in ihrer Umwandlung in eine andere Atomsorte (= Löschung auf dem Bildschirm) dem Zerfallsgesetz. Dies kann durch Einsatz eines Zufallsgenerators simuliert werden, der gleichverteilte Zufallszahlen erzeugt. Dies ist eine Orientierung an der Natur, da die Zerfallswahrscheinlichkeit für jedes Atom a priori gleich groß ist.

Wir legen eine Speicheranzahl (z. B. 1000) fest und schreiben in jede für $t = 0$ den Wert (z. B. 1) für ein nicht umgewandeltes Atom ein. Der Zufallszahlengenerator erzeugt nun Adressen aus diesem Bereich. In jede Adresse schreiben wir den Wert für ein zerfallenes Atom (z. B. 0) (→ räumliche Homogenität des Zerfalls). Vgl. Abb. 1–5.

Man kann sich leicht ausmalen, daß am Anfang bei jeder neu erzeugten Adresse auch ein Atom getroffen wird. Sind aber schon einige Atome zerfallen, kommt es immer öfter vor, daß bereits leere Adressen – sprich zerfallene Atome – getroffen werden. Je mehr Atome zerfallen sind, desto seltener werden die noch nicht zerfallenen Atome getroffen. Die Zerfallsrate nimmt also mit der Zahl der noch vorhandenen Atome ab und ist proportional zu der Anzahl der hinterbliebenen Atome. Das aber sind genau die Verhältnisse, die auch bei einem Radionuklid vorliegen. In der Differentialgleichung des Modellzerfalls gilt, daß für die Zerfallskonstante die Wahrseheinlichkeit eingesetzt werden muß, mit der eine bestimmte Adresse erzeugt wird.

Da wir es mit gleichverteilten Zufallszahlen zu tun haben, ergibt sich hier der Kehrwert der gewählten

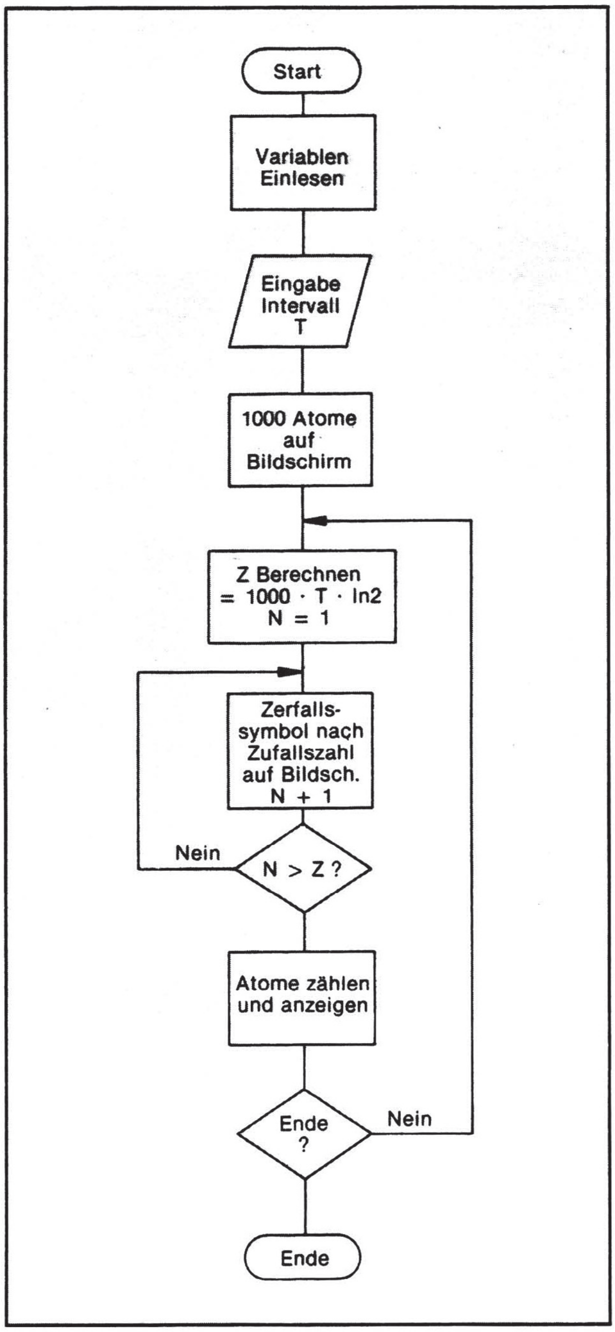

Abb. 6

```
100 REM (C) 1983  G.LIECKFELD, MUENCHEN
110 READ Q,    D,   E, K, B,   G,   D1,D2
120 DATA 32768,1000,58,81,1000,1000,19,1
130 DIM S(D1)
140 PRINT"⊐            RADIOAKTIVER ZERFALL":
    PRINT:PRINT:PRINT
150 PRINT"PROGRAMM-BEDIENUNG:":PRINT:PRINT
160 PRINT" TASTE  =  WEITERLAUFEN":PRINT
170 PRINT" TASTE  *  NEU STARTEN":PRINT
180 PRINT" TASTE  0  ENDE":PRINT:PRINT
190 PRINT"LAUFZEIT VON .001 BIS 10 HALB
    WERTSZEITEN":PRINT:PRINT
200 PRINT"NACH EINGABE TASTE  RETURN
    DRUECKEN":PRINT
210 INPUT"LAUFZEIT ";T
220 IF T <.001 OR T > 10 THEN RUN
230 FORI=32768 TO 33767:POKEI,K:NEXT
240 GOTO 340
250 GETX$:C=RND(C)
260 IFX$="*"THEN RUN
270 IFX$="0"THEN END
280 IFX$<>"="THEN 250
290 J=J+1: FORI=0TOD1:POKE(Q+I),S(I):NEXT
300 FORI=1 TO 1000*T*LOG(2)
310 C=RND(C)*D+Q:IFPEEK(C)=K THEN B=B-D2:
    GOTO330
320 G=G-D2:GOTO330
330 POKEC,E:NEXT
340 FORI=0TOD1:S(I)=PEEK(Q+I):NEXT
350 PRINT"▩"B"▮ BEI"J*T"▮ "
360 GOTO250
READY.
 4

READY.
```

Abb. 7

Speicheranzahl (bei uns also 1/1000). Damit kann man dann die Halbwertaktionszahl $Z(\frac{1}{2})$ bestimmen, indem man in die Formel für $N(Z)$ den Wert $0{,}5 \cdot N(0)$ einsetzt und nach dem Exponenten auflöst. Man erhält so den Wert $1000 \cdot \ln 2 = 693, \ldots$ Für 693 Speicherzugriffe ist aber eine bestimmte Zeit notwendig. Dies ist in unserem Modell ganz einfach die Halbwertzeit. Mit diesem Modell lassen sich ganze Meßreihen aufnehmen. Aus diesen lassen sich dann alle in der Praxis interessierenden Parameter ermitteln, z. B. Halbwertzeit, Zerfallskonstante, aber auch statistische Kenngrößen. Es bleibt noch zu erwähnen, daß das Programm für das besprochene Modell für den Computer CBM 3032 in Commodore-Basic geschrieben wurde. Es kann sehr leicht für jeden anderen Computer, der über einen Zufallszahlengenerator verfügt, umgeschrieben werden. Außerdem kann es noch mit einer akustischen Anzeige (Lautsprecher am user-port) versehen werden.

Programm-Beschreibung

Zeile 110, 120:
Zum schnellen Ablauf werden Variable statt Konstanten benutzt. Q ist der erste Bildschirmplatz (CBM 3032). E und K sind Bildsymbole im Bildschirm-Code.
Zeile 220:
Prüfen auf sinnvolle Werte für Intervall t.
Zeile 230:
Bildschirm mit 1000 Atomsymbolen beschreiben.
Zeile 250–280:
Programm-Steuerung durch Eingabe vom Tastenfeld.
Zeile 290:
J zählt die Zeitintervalle. Die ersten 19 in Zeile 340 geretteten Zeichen werden wieder generiert.
Zeile 300–330: Zerfallsprogramm
I läuft von 1 bis $Z = 1000\, t \ln 2$. Bei $t = 1$ ist $I = 693$, die Halbwertaktionszahl, da auf 1000 Plätze zugegriffen wird. Die Ermittlung der Bildschirmadresse erfolgt mit der Random-Funktion. Zeile 320 ist ein Zeitfüller; sorgt für annähernd gleiche Laufzeiten der einzelnen Intervalle.
Zeile 340:
Retten der ersten 19 Zeichen, da sie in 350 überschrieben werden können.
Zeile 350:
B gibt die Anzahl nichtzerfallener Atome bei $t/T_{½}$ an.
Die Laufzeit für eine Halbwertzeit beträgt ca. 18,2 s (vom Gerät abhängig).

Literatur

[1] *E. Rutherford* und *F. Soddy*, J. Chem. Soc. 81, 837 (1902)
[2] *E. Rutherford*, Phil. Trans. (A) 204, 169 (1904)
[3] *St. Meyer* und *E. Schweidler*, Radioaktivität. Leipzig 1927
[4] Physikalische Blätter 39, 48 (1983)
[5] *G. T. Emery*, Annual Reviews of Nuclear Science 22, 155 (1972)

Anschriften der Verfasser:

Dipl.-Ing. (FH) *Gerolf Lieckfeld*, GSF, Institut für Strahlenschutz, Ingolstädter Landstr. 1, 8042 Neuherberg; Dipl.-Chem. *Robert J. Schwankner*, Institut für Physikalische Chemie, Sophienstr. 11, 8000 München 2